

Gefahrenzone in die sichere Gewinnzone kommen wollen. Als Instrument zur **Risikobegrenzung** ist sie aber – wie das Beispiel im zugehörigen Übungsbuch (ÜB 5/5) demonstriert – nur **wenig geeignet**, weil sich gerade Investitionen mit einem geringen Risiko durch eine lange Amortisationsdauer auszeichnen.

4. Dynamische Verfahren der Investitionsrechnung

a) Überblick

Die dynamischen Verfahren der Investitionsrechnung verfolgen im Prinzip das gleiche Ziel wie das prospektive Zahlungstableau und wie die statischen Verfahren: Sie wollen Aussagen über die Vorteilhaftigkeit einer anstehenden Investitionsentscheidung machen.

Im Gegensatz zu den einperiodig-statischen Verfahren wollen die dynamischen Verfahren, die man auch als finanzmathematische Verfahren bezeichnet, die finanziellen Auswirkungen einer Investitionsentscheidung über den gesamten Investitionszeitraum t_0 bis t_n erfassen und auswerten. Wie schon an anderer Stelle erläutert, manifestieren sich die **finanziellen Investitionswirkungen** in folgenden Größen:

- A_0 Anschaffungsauszahlung in t_0
- E_t Einzahlung zum Zeitpunkt t (Periodenende)
- A_t Auszahlung zum Zeitpunkt t (Periodenende)
- n Anzahl der Nutzungsdauerperioden
- L_n Liquidationserlös zum Ende der Nutzungsdauer
- i Kalkulationszinsfuß

Grundlage der Vorteilhaftigkeitsberechnung ist also der für die **Nutzungsdauer zu prognostizierende Zahlungsstrom**. Anders als beim vollständigen Zahlungstableau, wo man Fremdkapitalaufnahme, -tilgung und -zinsen explizit als Auszahlungen erfasst, werden diese Größen bei den im Folgenden darzustellenden dynamischen Verfahren implizit, d. h. außerhalb der Zahlungsreihe, berücksichtigt.

Die folgende Erläuterung der dynamischen Verfahren knüpft an das Beispiel aus den **Abb. 8** und **Abb. 9** an. Der Zahlungsstrom des zu beurteilenden Investitionsprojekts lässt sich auch als Säulendiagramm (**Abb. 14**) darstellen.

Da man Geldmittel verzinslich anlegen kann, ist dem Investor ein Kapitalrückfluss E_t zum Zeitpunkt t_1 lieber als ein gleichhoher Kapitalrückfluss in t_2 . Daraus folgt: **Zahlungen**, die zu **unterschiedlichen Zeitpunkten** anfallen, darf man nicht addieren bzw. subtrahieren. Will man sie vergleichbar machen, muss man die Zeitpräferenz des Investors berücksichtigen, die sich im **Zinsfaktor** i niederschlägt. Unmittelbar verrechenbar und damit vergleichbar sind nur die Zahlungen, die sich auf ein und denselben Zeitpunkt beziehen. Die übrigen Zahlungen werden vergleichbar gemacht, indem man sie auf einen einzigen Zeitpunkt bezieht, wozu man sich der Aufzinsung bzw. der Abzinsung bedient.

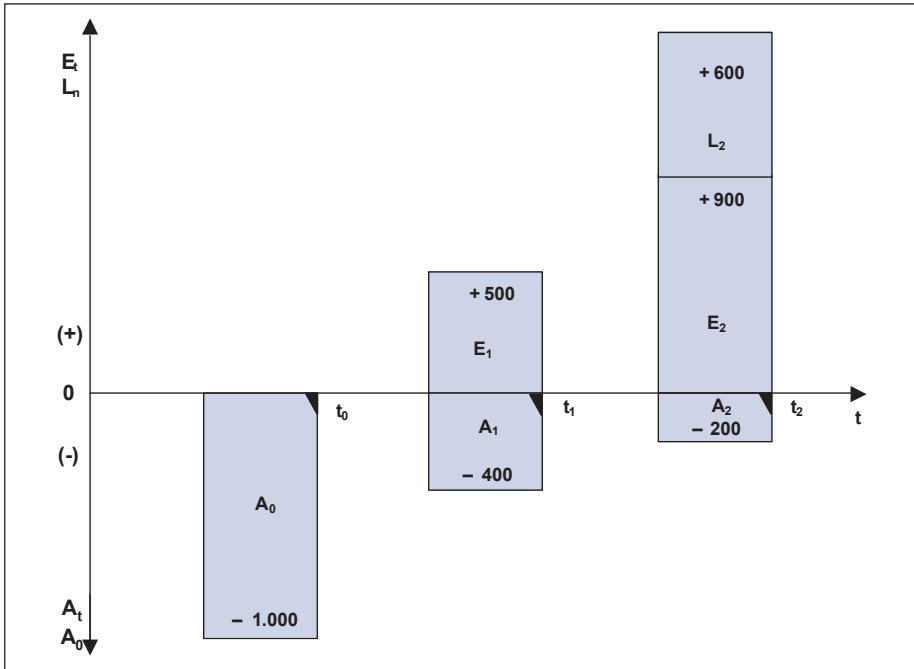


Abb. 14: Struktur des Zahlungsstroms des Investitionsprojekts I

Im Kalkulationszinsfuß i manifestiert sich – allgemein gesprochen – die **gewünschte Mindestverzinsung** des Investors; sie entspricht den Kapitalkosten hängen bei

- **Fremdfinanzierung** vom **Fremdkapitalzins** (Sollzins)
- **Eigenfinanzierung** von **entgangenen Erträgen aus alternativer Eigenkapitalanlage** (Habenzins)

ab.

Nach dem Opportunitätskostenkonzept entsprechen die **Eigenkapitalzinsen** dem entgangenen Ertrag aus der optimalen, risikoadäquaten Alternativanlage des Eigenkapitals.

In der Realität ergeben sich zwei Probleme: Erstens weichen Soll- und Habenzinsen bezogen auf ein Planungsjahr voneinander ab. Zweitens ist jeder dieser beiden Zinssätze während der Investitionsdauer Schwankungen unterworfen. Beide Phänomene erschweren die Wirtschaftlichkeitsrechnung mit Hilfe der dynamischen Verfahren. Deshalb baut das gängige **Grundmodell der Investitionsrechnung** auf drei vereinfachenden Annahmen auf. Es wird unterstellt, dass der Investor

- während des **gesamten Planungszeitraumes**
- jeden **beliebigen Geldbetrag**
- zu einem **einheitlichen Zinssatz i**

ausleihen bzw. anlegen kann. Das im Folgenden darzustellende Grundmodell basiert auf der Prämisse des **vollkommenen Kapitalmarktes**.

Abschließend soll der Leser einen kurzen Ausblick auf die kommenden Ausführungen erhalten: Die Verfahren der dynamischen Investitionsrechnung, also die

- Kapitalwertmethode,
- Annuitätenmethode und
- Methode des internen Zinsfußes

werden im Rahmen des Grundmodells dargestellt und erläutert. Dabei geht es um so genannte **Wahlentscheidungen**, also um die Frage, ob eine Einzelinvestition vorteilhaft ist bzw. um die Frage, welches von mehreren sich gegenseitig ausschließenden Investitionsprojekten $I_1, I_2 \dots I_n$ das vorteilhafteste ist. Dabei wird von einem Modell unter Sicherheit ausgegangen, es wird also unterstellt, dass alle künftigen Zahlungen in t_0 bekannt sind. In einem zweiten Schritt wird die Annahme aufgegeben, dass die Anzahl der Nutzungsjahre n in t_0 feststeht. Damit steht das **Problem der optimalen Nutzungsdauer** einer Investition zur Diskussion. In einem dritten Schritt wird das Grundmodell um die **Einbeziehung von Ertragsteuern** erweitert.

Leider entspricht die Wirklichkeit der Investitionsplanung nicht den Annahmen des Grundmodells. Investitionsentscheidungen lassen sich nicht durch isolierte Beurteilung eines Investitionsprojektes optimieren. Dieser Tatsache versucht die **Investitionsprogrammplanung**, wo Bündel von Investitionsprojekten auf den Prüfstand gestellt werden, Rechnung zu tragen.

Weiterhin muss man sich von der modellmäßigen Illusion der Investitionsentscheidung unter Sicherheit verabschieden. Dabei können in einem einführenden Lehrbuch die Möglichkeiten zur **Berücksichtigung des Risikos** nur kurz angesprochen werden. Schließlich soll die Frage der Unternehmensbewertung behandelt werden. Dabei wird sich zeigen, dass die **Unternehmensbewertung** – theoretisch – als Anwendungsfall der dynamischen Investitionsrechnung betrachtet werden kann. (ÜB 5/20–21)

b) Grundmodell der dynamischen Investitionsrechnung

Wie in **Abb. 14** gezeigt, lassen sich die finanziellen Auswirkungen einer Investition als Zahlungsstrom auf der Zeitachse abbilden. Dabei macht es für einen Investor einen großen Unterschied, ob ein Kapitalrückfluss E_t in Höhe von beispielsweise 1.000 am Ende der ersten Periode (t_1) oder am Ende der dritten Periode (t_3) zu erwarten ist. Der Kapitalrückfluss in t_1 hat für den Empfänger einen höheren Stellenwert, weil er den Betrag von 1.000 zwischen t_1 und t_3 zu Zins und Zinseszins anlegen könnte.

Die **dynamische Investitionsrechnung** hat die Aufgabe, Zahlungen, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten anfallen, durch Aufzinsung bzw. Abzinsung auf einen einheitlichen Zeitpunkt vergleichbar zu machen.

Die finanzmathematischen Grundlagen der dynamischen Investitionsrechnung werden im Folgenden kurz vorgestellt.

aa) Finanzmathematische Grundlagen

Die in **Abb. 17** bis **Abb. 20** aufgeführten Zinstabellen enthalten Aufzinsungsfaktoren, Abzinsungsfaktoren, Rentenbarwertfaktoren und Annuitätenfaktoren (Wiedergewinnungsfaktoren), mit deren Anwendung sich **unterschiedliche ökonomische Fragestellungen** beantworten lassen:

Aufzinsungs-faktor	Abzinsungs-faktor	Rentenbar-wertfaktor	Annuitäten-faktor
$(1 + i)^t$	$\frac{1}{(1 + i)^t}$	$\frac{(1 + i)^n - 1}{i (1 + i)^n}$	$\frac{i (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$
Welchen Endwert hat eine gegenwärtige Zahlung Z_0 zum künftigen Zeitpunkt t ?	Welchen Gegenwartswert (Z_0) hat eine künftig anfallende Zahlung Z_t ?	Welchen Gegenwartswert hat eine gleichbleibende jährliche Rentenzahlung R_n ?	Wie hoch ist die jährliche Rente R_n , die aus einem Gegenwartswert Z_0 gezahlt werden kann?

Abb. 15: Zinsfaktoren

Aus **Abb. 15** und den folgenden **Abb. 17** bis **Abb. 20** kann man erkennen:

- Der **Abzinsungsfaktor** ist der Kehrwert des Aufzinsungsfaktors
- Der **Rentenbarwertfaktor** (z. B. für eine zehnjährige Rente) ist das Resultat der aufaddierten Abzinsungsfaktoren (der Perioden 1 bis 10)
- Der **Annuitätenfaktor** ist der Kehrwert des Rentenbarwertfaktors.

Die in **Abb. 16** aufgeworfenen Fragen lassen sich bei einem angenommenen

Kalkulationszinsfuß von 10 Prozent

unter Heranziehung der Zinstabellen aus **Abb. 17** bis **Abb. 20** folgendermaßen beantworten:

Ökonomische Fragestellung	Resultat
Aufzinsungsfaktor	
Wie hoch ist der Endwert eines in t_0 verfügbaren Betrages $Z_0 = 1.000$ in t_1 oder t_2 oder t_3 ?	1.100, 1.210, 1.331
Abzinsungsfaktor	
Wieviel zahlt ein Investor in t_0 für das Recht, einen Betrag von 1.000 in t_1 oder t_2 oder t_3 zu erhalten?	909, 826, 751
Rentenbarwertfaktor	
Wieviel zahlt ein Investor in t_0 für das Recht, drei Jahre lang eine Rente von 1.000 / Jahr zu erhalten?	2.487
Annuitätenfaktor	
Welchen gleichbleibenden Jahresbetrag kann ein Rentempfänger erwarten, wenn er in t_0 eine Einmalzahlung $Z_0 = 1.000$ für zwei oder drei Jahre verrenten lässt?	576, 402

Abb. 16: Zinsfaktoren – Anwendungsbeispiele

Weitere Beispiele findet der Leser im zugehörigen Übungsbuch. (ÜB 5/6–19)

Aufzinsungsfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100	1,120
2	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166	1,188	1,210	1,254
3	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295	1,331	1,405
4	1,126	1,170	1,216	1,262	1,311	1,360	1,412	1,464	1,574
5	1,159	1,217	1,276	1,338	1,403	1,469	1,539	1,611	1,762
6	1,194	1,265	1,340	1,419	1,501	1,587	1,677	1,772	1,974
7	1,230	1,316	1,407	1,504	1,606	1,714	1,828	1,949	2,211
8	1,267	1,369	1,477	1,594	1,718	1,851	1,993	2,144	2,476
9	1,305	1,423	1,551	1,689	1,838	1,999	2,172	2,358	2,773
10	1,344	1,480	1,629	1,791	1,967	2,159	2,367	2,594	3,106
15	1,558	1,801	2,079	2,397	2,759	3,172	3,642	4,177	5,474
20	1,806	2,191	2,653	3,207	3,870	4,661	5,604	6,727	9,646
25	2,094	2,666	3,386	4,292	5,427	6,848	8,623	10,835	17,000

Abb. 17: Aufzinsungsfaktoren

Abzinsungsfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909	0,893
2	0,943	0,925	0,907	0,890	0,873	0,857	0,842	0,826	0,797
3	0,915	0,889	0,864	0,840	0,816	0,794	0,772	0,751	0,712
4	0,888	0,855	0,823	0,792	0,763	0,735	0,708	0,683	0,636
5	0,863	0,822	0,784	0,747	0,713	0,681	0,650	0,621	0,567
6	0,837	0,790	0,746	0,705	0,666	0,630	0,596	0,564	0,507
7	0,813	0,760	0,711	0,665	0,623	0,583	0,547	0,513	0,452
8	0,789	0,731	0,677	0,627	0,582	0,540	0,502	0,467	0,404
9	0,766	0,703	0,645	0,592	0,544	0,500	0,460	0,424	0,361
10	0,744	0,676	0,614	0,558	0,508	0,463	0,422	0,386	0,322
15	0,642	0,555	0,481	0,417	0,362	0,315	0,275	0,239	0,183
20	0,554	0,456	0,377	0,312	0,258	0,215	0,178	0,149	0,104
25	0,478	0,375	0,295	0,233	0,184	0,146	0,116	0,092	0,059

Abb. 18: Abzinsungsfaktoren

Rentenbarwertfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909	0,893
2	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736	1,690
3	2,829	2,775	2,723	2,673	2,624	2,577	2,531	2,487	2,402
4	3,717	3,630	3,546	3,465	3,387	3,312	3,240	3,170	3,037
5	4,580	4,452	4,329	4,212	4,100	3,993	3,890	3,791	3,605
6	5,417	5,242	5,076	4,917	4,767	4,623	4,486	4,355	4,111
7	6,230	6,002	5,786	5,582	5,389	5,206	5,033	4,868	4,564
8	7,020	6,733	6,463	6,210	5,971	5,747	5,535	5,335	4,968
9	7,786	7,435	7,108	6,802	6,515	6,247	5,995	5,759	5,328
10	8,530	8,111	7,722	7,360	7,024	6,710	6,418	6,145	5,650
15	11,938	11,118	10,380	9,712	9,108	8,559	8,061	7,606	6,811
20	14,877	13,590	12,462	11,470	10,594	9,818	9,129	8,514	7,469
25	17,413	15,622	14,094	12,783	11,654	10,675	9,823	9,077	7,843

Abb. 19: Rentenbarwertfaktoren

Annuitätenfaktoren									
Jahre	3 %	4 %	5 %	6 %	7 %	8 %	9 %	10 %	12 %
1	1,030	1,040	1,050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100	1,120
2	0,523	0,530	0,538	0,545	0,553	0,561	0,568	0,576	0,592
3	0,354	0,360	0,367	0,374	0,381	0,388	0,395	0,402	0,416
4	0,269	0,275	0,282	0,289	0,295	0,302	0,309	0,315	0,329
5	0,218	0,225	0,231	0,237	0,244	0,250	0,257	0,264	0,277
6	0,185	0,191	0,197	0,203	0,210	0,216	0,223	0,230	0,243
7	0,161	0,167	0,173	0,179	0,186	0,192	0,199	0,205	0,219
8	0,142	0,149	0,155	0,161	0,167	0,174	0,181	0,187	0,201
9	0,128	0,134	0,141	0,147	0,153	0,160	0,167	0,174	0,188
10	0,117	0,123	0,130	0,136	0,142	0,149	0,156	0,163	0,177
15	0,084	0,090	0,096	0,103	0,110	0,117	0,124	0,131	0,147
20	0,067	0,074	0,080	0,087	0,094	0,102	0,110	0,117	0,134
25	0,057	0,064	0,071	0,078	0,086	0,094	0,102	0,110	0,127

Abb. 20: Annuitätenfaktoren

bb) Kapitalwertmethode

Die Kapitalwertmethode ist das gängigste Verfahren zur Beurteilung von Investitionsprojekten. Zur Ermittlung des Kapitalwerts K_0 werden die zu **unterschiedlichen Zeitpunkten** erwarteten Zahlungen durch **Abzinsung auf t_0 vergleichbar** gemacht.

Der **Kapitalwert K_0** ergibt sich aus dem Barwert aller einem Investitionsvorhaben zurechenbaren Einzahlungen (E_t) und Auszahlungen (A_t).

Ausgehend von einem

- **Kalkulationszinsfuß i**
- **Investitionszeitraum**, der vom Entscheidungszeitpunkt t_0 bis t_n , also bis zum Investitionsende reicht,

hat die Kapitalwertformel in einfachster Schreibweise folgendes Aussehen:

$$K_0 = \sum_{t=0}^n (E_t - A_t) \cdot \frac{1}{(1+i)^t}$$

Zur besseren praktischen Handhabbarkeit wird die Kapitalwertformel folgendermaßen umgeformt:

- (1) Der **Abzinsungsfaktor** $1:(1+i)^t$ lässt sich schreiben als $(1+i)^{-t}$.
- (2) Die in t_0 zu leistende **Anschaffungsauszahlung A_0** wird **separiert**, d.h. vor das Σ -Zeichen gezogen, so dass die **Abzinsung** sich auf den **Zeitraum von t_1 bis t_n** erstreckt.
- (3) Die in t_n anfallenden Zahlungen der letzten Investitionsperiode¹ werden zerlegt in laufende Zahlungen ($E_n - A_n$) und den **separat** erfassten **Liquidationserlös L_n** .

¹ Der separate Ausweis des Liquidationserlöses L_n erleichtert die Berücksichtigung von Gewinnsteuern im Investitionskalkül. Vgl. S. 553 ff., insb. S. 556.

Nach diesen Modifikationen erhält die Kapitalwertformel K_0 folgendes Aussehen:

$$K_0 = -A_0 + \sum_{t=1}^n (E_t - A_t) \cdot (1+i)^{-t} + L_n (1+i)^{-n}$$

Der Kapitalwert K_0 (vgl. ÜB 5/22–24) ergibt sich also aus:

	Barwert aller laufenden Zahlungssalden ($E_t - A_t$)
+	Barwert des Liquidationserlöses L_n
=	Zukunftserfolgswert künftiger Zahlungen
-	Anschaffungsauszahlung A_0
=	Kapitalwert K_0

Abb. 21: Kapitalwert und Zukunftserfolgswert

Das Grundmodell zur Kapitalwertermittlung geht von der – **wirklichkeitsfremden** – **Annahme** aus, dass

- zum **einheitlichen Kalkulationszinsfuß i**
- zu jedem beliebigen Zeitpunkt $t_1, t_2 \dots t_n$
- beliebig große Beträge als Guthaben angelegt bzw. als Kredit aufgenommen werden können. Im folgenden Beispiel ist unter Heranziehung der Zinstabellen aus **Abb. 17** bis **Abb. 20** für **alternative Kalkulationszinsfüße** der **Kapitalwert** zu **ermitteln**.

Da im Beispiel aus **Abb. 22** die laufenden Einzahlungsüberschüsse ($E_t - A_t$) in allen vier Perioden des Investitionszeitraums die gleiche Höhe haben, kann der Barwert ($E_t - A_t$) mit Hilfe des Rentenbarwertfaktors (RBF) errechnet werden. Der einmalig in t_4 anfallende Liquidationserlös L_4 ist mit dem Abzinsungsfaktor (AZF) zu diskontieren.

Der Beispielfall in **Abb. 22** zeigt folgendes **Ergebnis**:

- (1) Je **höher** der **Kalkulationszinsfuß**, desto **geringer** ist der **Barwert** einer künftigen Zahlung, was sich am Barwert des Liquidationserlöses L_4 besonders leicht erkennen lässt.
- (2) Ein Investitionsvorhaben sollte nur durchgeführt werden, wenn der errechnete **Kapitalwert positiv** ist.
- (3) Bei einem **negativen Kapitalwert** wird der Investor die Investition **unterlassen**, bei $K_0 = 0$ ist er entscheidungsindifferent.
- (4) Zu einem positiven Kapitalwert gelangt man nur, wenn der Barwert der erwarteten Kapitalrückflüsse (= **Zukunftserfolgswert**) **höher** ist als die **Anschaffungsauszahlung** A_0 .
- (5) Ein **positiver** (negativer) Kapitalwert zeigt, welche **Reinvermögensmehrung** (Reinvermögensminderung) bezogen auf den Zeitpunkt t_0 aus dem Investitionsprojekt erwartet werden kann.
- (6) Mit **steigenden Kapitalkosten i** **verringert** sich c. p. der **Kapitalwert K_0** .
- (7) **Steigende Kapitalkosten** bremsen die **Investitionstätigkeit** der Unternehmen.

Kapitalwertermittlung		
<u>Ausgangsdaten:</u>		
n	=	Investitionsdauer 4 Jahre
A_0	=	10.000 GE
$(E_t - A_t)$	=	2.500 GE (jährlich gleichbleibend)
L_4	=	2.340 GE
i	=	(a) 6%, (b) 8%, (c) 10%
(a) Kapitalwert (bei i = 0,06)		
Barwert lfd. Zahlungen $(E_t - A_t) \cdot RBF$	$(2.500) \cdot 3,465$	= 8.663
+ Barwert Liquidationserlös $L_4 \cdot AZF$	$(2.340) \cdot 0,792$	= 1.853
Zukunftserfolgswert		10.516
- Anschaffungsauszahlung A_0		- 10.000
= Kapitalwert (bei i = 0,06)	+ 516	+ 516
(b) Kapitalwert (bei i = 0,08)		
Barwert lfd. Zahlungen $(2.500) \cdot 3,312$	=	8.280
+ Barwert L_4 $(2.340) \cdot 0,735$	=	1.720
Zukunftserfolgswert		10.000
Anschaffungsauszahlung A_0		10.000
= Kapitalwert (bei i = 0,08)	0	Null
(c) Kapitalwert (bei i = 0,10)		
Barwert lfd. Zahlungen $(2.500) \cdot 3,170$	=	7.925
+ Barwert L_4 $(2.340) \cdot 0,683$	=	1.598
Zukunftserfolgswert		9.523
- Anschaffungsauszahlung A_0		- 10.000
= Kapitalwert (bei i = 0,10)	- 477	- 477

Abb. 22: Einfluss der Finanzierungskosten auf die Vorteilhaftigkeit einer Investition

Auch wenn das hier vorgestellte Kapitalwertmodell wegen seiner stark vereinfachenden Annahmen nicht ohne weiteres praktiziert werden kann, hat es doch einen großen **methodischen Vorteil**: Streben Unternehmer nach Maximierung des Shareholder Value, kann bei Anwendung der Kapitalwertmethode eine direkte Verknüpfung zwischen

- dem unternehmerischen Oberziel und
- einer einzelnen Investitionsentscheidung

verwirklicht werden, denn der **Kapitalwert** K_0 beziffert exakt den Betrag, um den sich der **Shareholder Value** bei Durchführung der Investition erwartungsgemäß **ändert**.

cc) Annuitätenmethode

Nach den Prämissen des Grundmodells basiert auch dieses Rechenverfahren auf der Annahme eines vollkommenen Kapitalmarkts ($i = \text{Sollzins} = \text{Habenzins}$) und der Unterstellung, dass während des Planungszeitraums keine Zinsschwankungen auftreten. Die Kapitalwertmethode weist den Investitionserfolg als Vermögenszuwachs ($K_0 > 0$) bzw. Vermögensabnahme ($K_0 < 0$) bezogen auf den Zeitpunkt t_0 aus.

Jetzt wird unterstellt, dass ein Investor den investitionsbedingten Vermögenszuwachs für Konsumzwecke entnehmen möchte. Im Beispielsfall einer zweijährigen Investitionsdauer sind drei typische Fälle denkbar: Der Investor möchte den investitionsbedingten Vermögenszuwachs

- in voller Höhe in t_0 als Kapitalbarwert
- in voller Höhe in t_2 als Kapitalendwert
- in gleichen Raten am Periodenende, also in t_1 bzw. t_2 als Annuität

entnehmen. Für diese drei Entnahmealternativen kann er drei Arten von Investitionsrechnungen aufmachen:

Entnahmezeitpunkt	Entnahmebetrag	Geeignete Investitionsrechnung
t_0	K_0	Kapitalwertmethode
t_2	$K_0 \cdot (1 + i)^2$	Vollständiges Zahlungstableau
t_1, t_2	$a_1 = a_2$	Annuitätenmethode

Abb. 23: Eignung von Investitionsrechnungen

Bei der Annuitätenmethode geht es darum, einen auf t_0 bezogenen Betrag K_0 umzurechnen in eine **gleichbleibende nachschüssige Periodenzahlung a** , die als **Annuität (Rente)** bezeichnet wird. Bezeichnet man den (positiven) Kapitalwert mit K_0 und den gesuchten Entnahmebetrag im Zwei-Perioden-Fall mit a_1, a_2 , dann lässt sich das Umrechnungsproblem folgendermaßen abbilden:

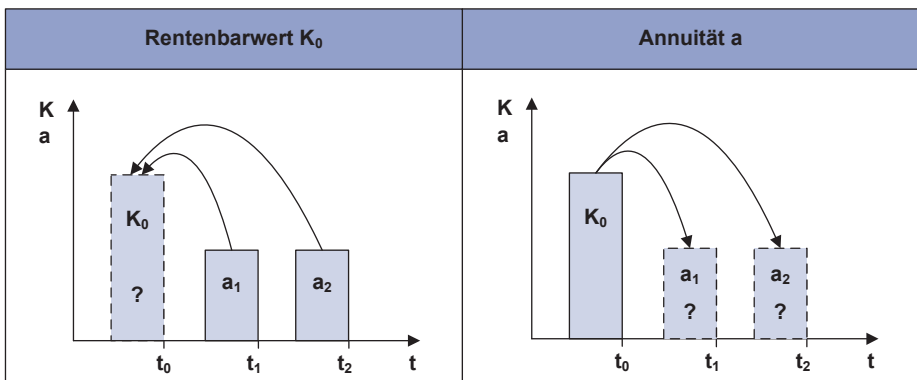


Abb. 24: Ermittlung von Kapitalwert und Annuität

Im linken Teil der **Abb. 24** ist

- gegeben: gleichbleibende Zahlung (Rente) a_1, a_2
- gesucht: Barwert der Rente K_0

Im rechten Teil der **Abb. 24** ist

- gegeben: Kapitalwert K_0
- gesucht: gleichbleibender Entnahmebetrag (Annuität) a_1, a_2

Beispiel Rentenbarwert K_0

Gegeben: $i = 0,10$
 $a_1, a_2 = 576 \text{ GE}$

Gesucht: K_0

Der Rentenbarwertfaktor (RBF) 10 Prozent/2 Jahre beziffert sich lt. Zinstabelle auf 1,736.

$$K_0 = a \cdot \text{RBF}$$

$$K_0 = 576 \cdot 1,736 = \mathbf{1.000}$$

Beispiel Annuität a_1, a_2

Gegeben: $i = 0,10$
 $K_0 = 1.000 \text{ GE}$

Gesucht: a_1, a_2

Der Annuitätenfaktor (ANF) 10 Prozent/2 Jahre beziffert sich lt. Zinstabelle auf 0,576.

$$a = K_0 \cdot \text{ANF}$$

$$a = 1.000 \cdot 0,576 = \mathbf{576}$$

Lässt ein Investitionsvorhaben (bezogen auf t_0) eine Reinvermögensmehrung K_0 in Höhe von 1.000 GE erwarten, kann der Investor statt der Anfangsentnahme $K_0 = 1.000$ eine ratenweise Entnahme a_1, a_2 von jeweils 576 tätigen. In einem Zahlungstableau lässt sich folgende Proberechnung aufmachen:

Zeitpunkt	Zahlungsvorgang	Betrag
t_0	Anfangskapital K_0	+ 1.000
t_1	Zinsgutschrift für Periode 1	+ 100
t_1	Entnahme a_1	- 576
t_1	Bestand (Guthaben +)	+ 524
t_2	Zinsgutschrift für Periode 2	+ 52
t_2	Entnahme a_2	- 576
t_2	Endbestand	0

Abb. 25: Kapitalwert und Annuität im Zahlungstableau

Wie die Kapitalwertrechnung lässt sich also auch die Annuitätenrechnung in ein vollständiges Zahlungstableau integrieren. Nach der Annuitätenmethode gilt eine Einzelinvestition I als **vorteilhaft**, wenn $a > 0$. Wer mit diesem Vorteilhaftigkeitskriterium arbeitet, gelangt immer zum gleichen Optimierungsergebnis wie nach dem vollständigen Zahlungstableau oder nach der Kapitalwertmethode.

Steht der Investor vor der Frage, welche von mehreren sich gegenseitig ausschließenden Investitionsalternativen $I_1, I_2 \dots I_n$ er realisieren soll, dann sollte er sich für die **Alternative mit der höchsten Annuität** entscheiden, sofern diese positiv ist. Rangentscheidungen nach der Annuitätenmethode führen bei einheitlicher Nutzungsdauer der Investitionsobjekte zum gleichen Ergebnis wie das Rechnen mit Kapitalwerten. Haben die Investitionsalternativen unterschiedliche Nutzungsdauern, darf die Annuität nicht auf eine Nutzungsdauer n , sondern sie muss auf den einheitlichen Planungszeitraum T bezogen werden.

Abschließend soll versucht werden, die Annuität als Kennziffer der Vorteilhaftigkeit von Investitionen ökonomisch zu interpretieren. Eine **positive Annuität a** zeigt

- welchen gleichbleibenden Jahresbetrag der Investor als Erfolgsrate entnehmen kann, ohne sein ursprüngliches Reinvermögen zu dezimieren oder
- um welchen gleichbleibenden Jahresbetrag die objektbezogenen Einzahlungsüberschüsse im „Krisenfall“ absinken könnten, ohne dass das Investitionsprojekt unvorteilhaft wird.

Dagegen zeigt eine **negative Annuität a** z. B. an, mit welchem jährlichen Subventionsbetrag die öffentliche Hand ein an sich unvorteilhaftes Investitionsobjekt – z. B. einen einzurichtenden Arbeitsplatz – bezuschussen müsste, damit sich die Investitionsmaßnahme für das Unternehmen gerade noch lohnt. (ÜB 5/14–15 und 25–26)

dd) Methode des internen Zinsfußes

Eine Investition mit einem Kapitalwert von Null bringt dem Investor bei Fremdfinanzierung keinen Reinvermögenszuwachs. Die Einzahlungsüberschüsse reichen lediglich aus, die Anschaffungsauszahlung zu kompensieren und die Finanzierungskosten zu decken. Das investierte Kapital verzinst sich gerade zum Kalkulationszinsfuß.¹

Eine Investition mit einem positiven (negativen) Kapitalwert verzinst sich dagegen zu einem Zinssatz, der über (unter) dem Kalkulationszinsfuß liegt.

Der **interne Zinsfuß r** zeigt an, zu welchem Prozentsatz sich das in einem Investitionsprojekt gebundene Kapital verzinst.

Zur Ermittlung des internen Zinsfußes r zieht man die Formel² zur Ermittlung des Kapitalwertes K_0 heran und setzt dabei

- die Rentabilitätsgröße r an die Stelle des kalkulatorischen Zinskostensatzes i
- die Kapitalgröße K_0 gleich Null.

¹ Bei Eigenfinanzierung erwirtschaftet der Investor einen Reinvermögenszuwachs in Höhe der marktüblichen Eigenkapitalverzinsung i . Einen darüber hinausgehenden Reinvermögenszuwachs gibt es nicht.

² Vgl. S. 542.

$$0 = -A_0 + \sum_{t=1}^n (E_t - A_t) \cdot (1+r)^{-t} + L_n (1+r)^{-n}$$

Löst man diese Gleichung nach r auf, erhält man die gewünschte Information über die **Rentabilität des Investitionsobjektes**. Dabei lässt sich r in der Regel nicht exakt ermitteln. Die Erläuterung einer brauchbaren **Näherungslösung** findet sich im zugehörigen Übungsbuch (ÜB 5/27). Dort wird gezeigt, dass die exemplarische Investition einen internen Zinsfuß von 19,13 Prozent aufzuweisen hat. Die Investition verzinst sich also mit annähernd 20 Prozent, während die Kapitalkosten nur etwa halb so hoch sind ($i = 0,10$).

Zur Beurteilung der Vorteilhaftigkeit einer einzelnen Investition vergleicht man im Rahmen einer Kosten-Nutzen-Analyse

- die **interne Verzinsung r (Investitionsnutzen)** mit
- dem **Kapitalzinsfuß i (Kapitalkosten)**.

Die Entscheidungsregel lautet:

$$\begin{aligned} r > i &\rightarrow \text{Investition vorteilhaft} \\ r = i &\rightarrow \text{Entscheidungsindifferenz} \\ r < i &\rightarrow \text{Investition unvorteilhaft} \end{aligned}$$

Stehen mehrere sich gegenseitig ausschließende Investitionsobjekte zur Wahl, sollte sich der Investor für das Objekt mit dem **höchsten internen Zinsfuß entscheiden**. Voraussetzung ist aber, dass $r > i$.

Versucht man, den internen Zinsfuß **ökonomisch** zu **interpretieren**, kann er als „Rendite“ der Investition angesehen werden. Er ähnelt damit der Gesamtkapitalrentabilität, die an anderer Stelle¹ behandelt wurde. Bei **vollständiger Eigenfinanzierung** zeigt r die Verzinsung des eingesetzten Eigenkapitals. Bei **vollständiger Fremdfinanzierung** gibt r den Zinsfuß an, bis zu dem der Kreditgeber die Zinsen anheben könnte, ohne dass das Projekt für den Investor unrentabel wird.

In der einschlägigen Literatur ist die Methode der internen Zinsfüße nicht ohne Kritik geblieben.² Die kritischen Einwendungen an diesem Rechenverfahren sind von der Struktur des Zahlungsstroms eines Investitionsobjektes abhängig.

Bei einem beliebigen Investitionsobjekt kann der Zahlungsstrom beliebigen Schwankungen unterliegen. Einem Einzahlungsüberschuss (+) in Periode 3 kann ein Auszahlungsüberschuss (-) in Periode 4 folgen usw. Je **häufiger** das **Vorzeichen** des Zahlungsstroms **wechselt**, desto **problematischer** wird der interne Zinsfuß als Vorteilhaftigkeitskriterium. Es kommt bei solchen Investitionsobjekten häufig vor, dass sich

- überhaupt kein interner Zinsfuß ermitteln lässt (**Nichtexistenz**) oder dass sich
- aus der obigen Definitionsgleichung mehrere interne Zinsfüße (**Mehrdeutigkeit**) ermitteln lassen.

Eine „**Normalinvestition**“ ist dadurch charakterisiert, dass es nach der Anschaffungsauszahlung (-) nur noch zu **einem Vorzeichenwechsel** kommt. Die Serie der Einzahl-

¹ Vgl. S. 39.

² Vgl. dazu z. B. Kruschwitz, L., Investitionsrechnung, 2009, S. 102 ff.

lungsüberschüsse (+) darf nicht unterbrochen werden. Das Problem der Nichtexistenz taucht hier nicht auf. Für jedes Investitionsobjekt lässt sich also **ein konkreter interner Zinsfuß** ermitteln.

Laufen beim Vergleich mehrerer sich gegenseitig ausschließender Investitionsobjekte die Reihe der Kapitalwerte und der internen Zinsfüße ohne Rangverschiebung konform, gibt es kein Problem. Es kann aber auch anders kommen:

Beispiel:

- Investitionsalternative:	Objekt A oder Objekt B
- Kalkulationszinsfuß:	$i = 0,10$
- Kriterium Kapitalwert:	$K_A > K_B$; $K_A, K_B > 0$
- Kriterium interner Zinsfuß:	$r_A < r_B$; $r_A, r_B > i$

Abb. 26: Kapitalwert oder interner Zinsfuß

Wer nach der Kapitalwertmethode rechnet, hat sich für A, wer nach der Methode der internen Zinsfüße rechnet, hat sich für B zu entscheiden. Es stellen sich zwei Fragen:

- (1) Welches Rechenverfahren ist richtig?
- (2) Warum kommen beide Verfahren zu unterschiedlichen Ergebnissen?

Zu Frage (1): Der Kapitalwert ist das richtige Vorteilhaftigkeitskriterium. Die Methode des internen Zinsfußes führt zu unzumutbaren Rechenergebnissen und ist abzulehnen. Den Grund für die Ablehnung liefert die Antwort auf Frage (2): Die Kapitalwertmethode geht davon aus, dass die Kapitalrückflüsse zum Kalkulationszinsfuß, hier also zu 10 Prozent, angelegt werden. Die Methode des internen Zinsfußes geht dagegen von der spezifischen **Wiederanlageprämisse** aus. Danach wird unterstellt, dass die Kapitalrückflüsse zum internen Zinsfuß verzinst werden. In unserem Beispiel bedeutet das: Die Rückflüsse aus der Sachinvestition B (A) werden zum Zinssatz r_B (r_A) angelegt. Diese Prämisse ist bei einer Finanzinvestition vielleicht realistisch, bei einer individuellen Sachinvestition aber völlig unrealistisch. Überzeugender erscheint da die Anlageprämisse¹ der Kapitalwertmethode: Rückflüsse aus den Objekten A bzw. B werden zum (einheitlichen) Kalkulationszinsfuß i verzinst. Ein erläuterndes Zahlenbeispiel findet sich im zugehörigen Übungsbuch. (ÜB 5/16–17 und 27–28)

c) Optimale Nutzungsdauer

Oben² wurde gezeigt, wie sich die Vorteilhaftigkeit eines einzelnen Investitionsobjektes bestimmen lässt. Die dazu notwendige Investitionsrechnung basierte auf mehreren (sicheren) Ausgangsdaten, die als fest vorgegeben anzusehen waren:

- (1) Einzahlungsüberschüsse/Periode $E_t - A_t$
- (2) Liquidationserlös am Ende der Nutzungsdauer L_n
- (3) Kalkulationszinsfuß (auf vollkommenem Kapitalmarkt) i
- (4) Anzahl der Perioden der Nutzungsdauer n

¹ Die modellmäßige Annahme eines einheitlichen Soll- und Habenzinses i liegt allerdings auch ein gutes Stück von der Kapitalmarktrealität entfernt.

² Vgl. S. 541–543.